

## (33) 線性函數

函數有很多種，最常用的是線性函數，線性函數的公式是：

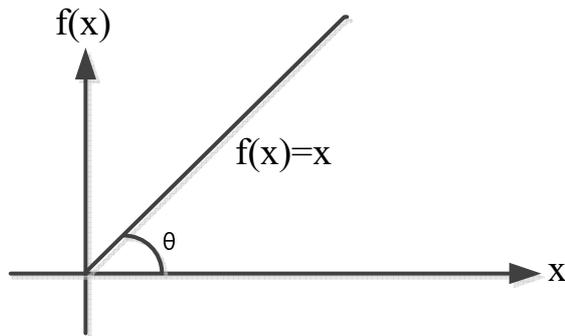
$$f(x)=ax+b$$

我們假設  $a>0, b=0$ ，則  $f(x)=a<b$

1.  $a=1$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

我們可以看出  $f(x)=x$  的圖形如下：

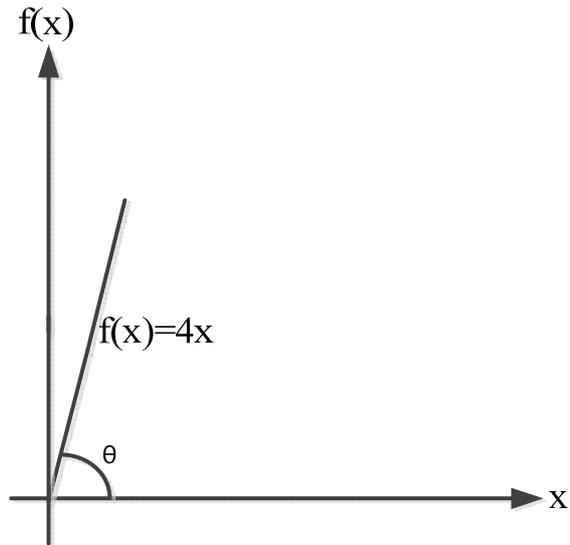


$f(x)=x$  一定會和  $x$  軸相交，相交的角  $\theta = 45^\circ$ ，因為  $\frac{f(x)}{x} = 1, \tan \theta = 1$ ，所以  $\theta = 45^\circ$  我們可以看出  $f(x)=x$  有一個特點，那就是  $x$  增加時， $f(x)$  必增加。

2.  $f(x)=4x$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

$f(x)=4x$  的圖形如下：



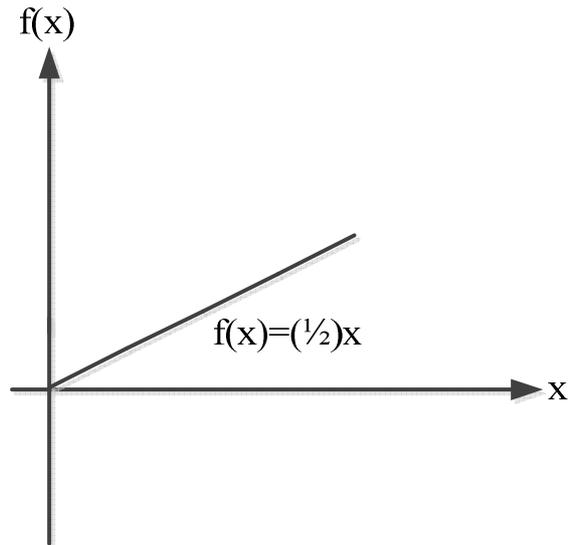
我們可想而知 $\theta > 45^\circ$ ， $f(x)$ 也隨  $x$  增加而增加，但是  $f(x)$ 增加得更加快，以  $x=10$  為例，如果  $f(x)=x$ ，則  $f(10)=10$ 。如果  $f(x)=4x$ ， $f(10)=40$ 。

從這個例子，我們可以知道  $a$  如果是一個很大的值， $f(x)=ax$  的值就會隨著  $x$  而快速的增加，假設  $f(x)=100x$ ， $f(10)=1000$ 。

3.  $f(x)=\frac{x}{2}$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5

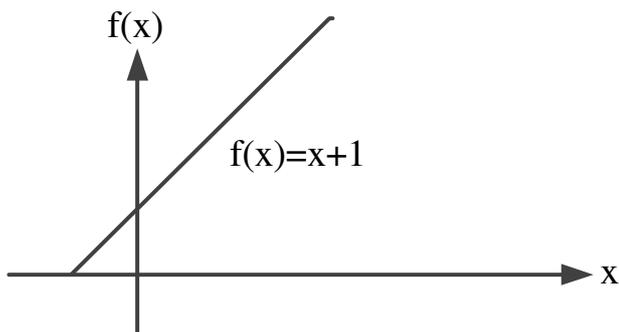
$f(x)=\frac{x}{2}$  的圖形如下；



因為  $a < 1$ ,  $f(x) = ax$  的增加就小了很多。

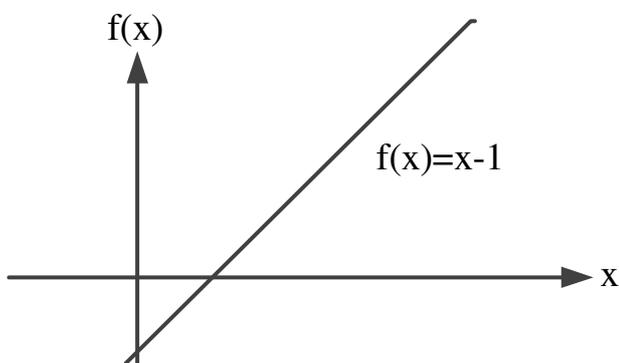
4.  $f(x) = x + 1$

這條直線的圖形如下；

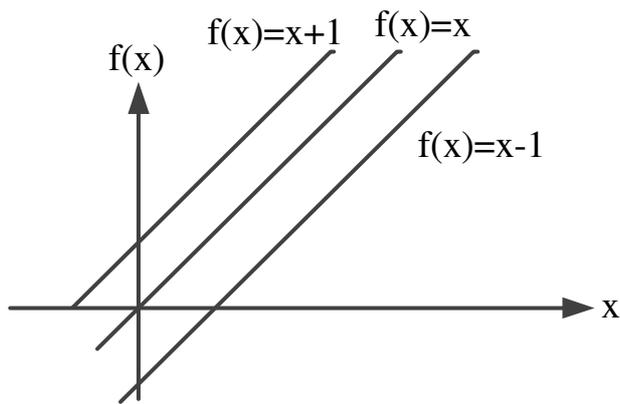


5.  $f(x) = x - 1$

這條直線的圖形如下



我們可以將  $f(x) = x + 1$ ,  $f(x) = x$  和  $f(x) = x - 1$  畫在一起，如下圖

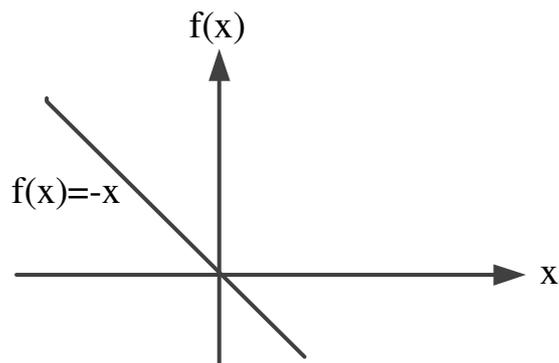


從以上的例子中，假設  $a > 0$  我們可以對  $f(x)=ax+b$  做以下的結論

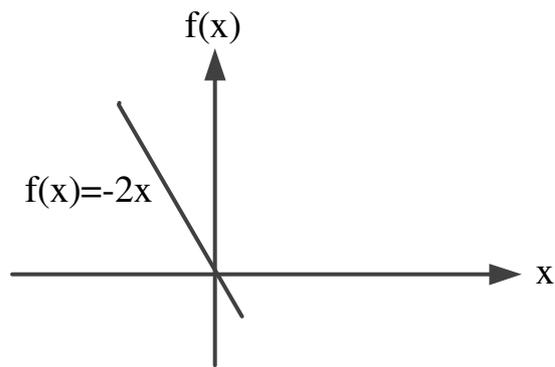
- (1)  $f(x)=ax+b$  一定和  $x$  軸相交，相交角的大小和  $a$  有關， $a$  越大， $\theta$  越大，因此  $\tan \theta$  被稱為  $f(x)=ax+b$  的斜率， $\theta$  和  $a$  的關係是  $\tan \theta = a$ 。
- (2)  $x$  增加， $f(x)$  會增加， $a$  越大， $f(x)$  增加得越快。

如果  $a < 0$ ， $f(x)=ax+b$  的性質和以上所講得差不多，但是當  $x$  增加時， $f(x)$  越減少，我們在下面用圖形顯示幾個例子。

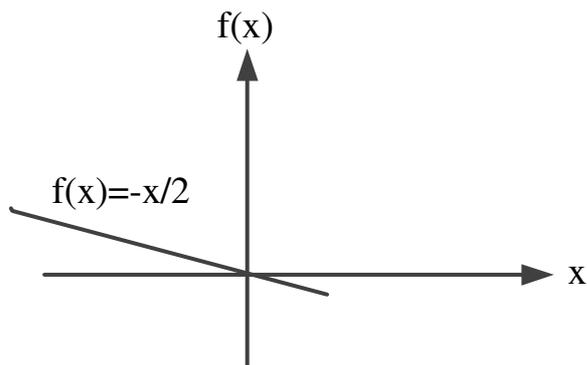
6.  $f(x)=-x$



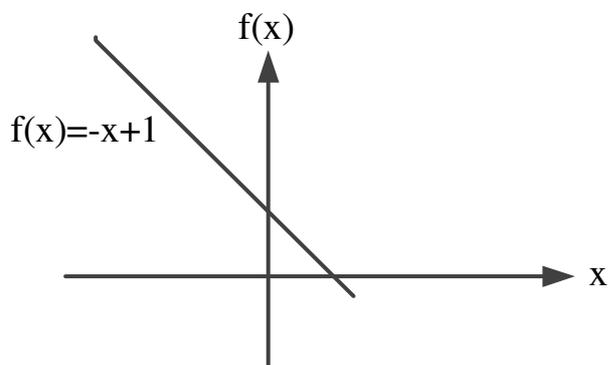
7.  $f(x)=-2x$



8.  $f(x) = -\frac{x}{2}$



9.  $f(x) = -x + 1$



10.  $f(x) = -x - 1$

